

# **PROSIDING SEMINAR KEBANGSAAN SAINS, TEKNOLOGI & SAINS SOSIAL**

**27 ~ 28 MEI 2002**

**HOTEL VISTANA, KUANTAN, PAHANG**

**Anjuran :**



**Universiti Teknologi MARA  
Cawangan Pahang**

**Dengan Kerjasama**



**Kerajaan  
Negeri Pahang Darul Makmur**

**JILID 2**



**BEBERAPA MASALAH PEMAHAMAN KONSEP  
INDEKS DAN LOGARITMA DI KALANGAN  
PELAJAR PERSEDIAAN PERAKAUNAN**

DAUD BIN MOHAMAD

Universiti Teknologi MARA Cawangan Pahang, Kampus Bukit Sekilau  
25200 Kuantan, Pahang Darul Makmur

**ABSTRAK**

*Indeks dan Logaritma merupakan salah satu topik asas penting yang perlu dipelajari oleh pelajar Persediaan Perakaunan untuk digunakan di dalam kursus matematik apabila mengikuti Program Perakaunan. Walau bagaimanapun topik ini sering memberi masalah kepada pelajar. Dengan itu kertas kerja ini cuba melihat bentuk-bentuk masalah yang wujud dengan memberi sekumpulan pelajar persediaan satu ujian ringkas berkenaan dengan konsep-konsep di dalam topik tersebut. Ujian Pra dan Pasca pembelajaran digunakan untuk melihat kelemahan pelajar. Bentuk-bentuk kelemahan dikemuka dan dianalisis.*

**PENGENALAN**

Matematik seringkali dikategorikan sebagai antara matapelajaran yang susah dan memeningkan kepala walaupun kesahihan penyataan ini boleh dipertikaikan. Ia juga kerap dijadikan kayu pengukur sama ada seseorang pelajar boleh mengambil jurusan sains dan teknologi ataupun tidak. Rata-rata takrif untuk matematik diberikan sebagai ilmu yang berkaitan dengan ukuran, nombor, kuantiti dan bentuk yang biasanya dinyatakan dalam bentuk simbol. Kurikulum matematik KBSR/KBSM memberi fokus kepada keseimbangan antara kefahaman konsep dan penguasaan kemahiran menyelesaikan masalah serta membina cara pemikiran mantik, kritis, bersistem dan kreatif di samping penerapan nilai-nilai murni. Lebih khusus lagi, pada peringkat KBSR, pelajar harus dapat menyatakan fakta, iaitu penyataan benar yang dinyatakan di dalam bentuk matematik, manakala pada peringkat KBSM, pelajar seharusnya berupaya membuktikan kebenaran sesuatu fakta. Kandungan kurikulum matematik berkisar kepada nombor, bentuk dan perkaitan (Portal Pendidikan Matematik Utusan).

Masalah pemahaman pelajar di dalam matematik bukanlah perkara baru. Banyak kajian telah dibuat mengenai masalah tersebut yang menjuruskan kepada pola kesilapan yang dilakukan oleh pelajar (Anderson, 1997; Ayres, 2001; Eggleton & Moldovan, 2001) dan juga buku yang menonjolkan bentuk-bentuk kesilapan umum yang disebabkan oleh salah faham konsep supaya pelajar tidak melakukan kesilapan yang serupa seperti di dalam Kolman & Shapiro (1981) dan Masita drk (2000).

Kajian terhadap 65 pelajar persediaan Perakaunan dijalankan dengan mengemukakan satu set soalan berbentuk objektif berkisar sekitar konsep indeks dan logaritma. Set soalan ini diberikan sebelum mengikuti topik ini dan kemudian set yang sama diberikan selepas tamat mengikuti topik tersebut. Kajian ini ingin meninjau sejauh mana pemahaman konsep-konsep asas indeks dan logaritma di kalangan pelajar yang dipelajari pada peringkat persekolahan dan seterusnya meninjau tahap pemahaman setelah didedahkan semula di dalam Program Persediaan. Dari sini, dapat dikenalpasti masalah-masalah khusus yang dihadapi oleh pelajar untuk memahami konsep tersebut.

Selain merupakan salah satu topik yang perlu dipelajari pada peringkat persediaan, topik indeks dan logaritma dipilih sebagai topik kajian memandangkan topik ini juga dipelajari pada peringkat persekolahan sama ada di dalam mata pelajaran matematik ataupun mata pelajaran matematik tambahan. Indeks dan logaritma menjadi alat yang penting di dalam penyelesaian masalah yang kompleks. Pada peringkat sekolah menengah, di dalam mata pelajaran matematik, pelajar didedahkan dengan

- a) Pengenalan Indeks, indeks positif, indeks sifar, indeks pecahan, indeks negatif.
- b) Hukum-hukum Indeks
- c) Logaritma biasa
- d) Hukum Logaritma (bagi logaritma biasa sahaja).

Manakala untuk matematik tambahan pula, pelajar didedahkan dengan

- a) Indeks dan hukum indeks
- b) Logaritma dan hukum logaritma
- c) Penukaran asas logaritma
- d) Persamaan melibatkan indeks dan logaritma.

Berdasarkan kepada silabus matematik dan matematik tambahan, soalan-soalan yang diberikan dalam kajian terangkum di dalam topik indeks dan logaritma dan seharusnya dapat dijawab oleh pelajar walaupun ada yang tidak mengambil matapelajaran matematik tambahan.

### SEDIKIT MENGENAI INDEKS DAN LOGARITMA

Indeks biasa digunakan untuk mempersembahkan pendaraban nombor yang serupa secara padat. Dalam ungkapan  $p = q^r$  misalnya,  $q$  dinamakan dasar dan  $r$  dinamakan indeks. Beberapa petua penting bagi indeks adalah seperti berikut :

$$P^{M+N} = P^M \cdot P^N$$

$$P^{M-N} = \frac{P^M}{P^N}$$

$$(P^M)^N = P^{MN}$$

Terdapat indeks yang berbentuk negatif ditulis sebagai

$$P^{-M} = \frac{1}{P^M}$$

dan berbentuk pecahan ditulis sebagai

$$P^{M/N} = \sqrt[N]{P^M}$$

Logaritma pula merupakan bentuk alternatif untuk ungkapan yang melibatkan indeks. Kadangkala, logaritma dikatakan sebagai songsangan kepada indeks kerana hubungan antara keduanya boleh ditulis sebagai

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$$

Beberapa petua penting di dalam logaritma adalah seperti berikut:

$$\log(MN) = \log M + \log N$$

$$\log\left(\frac{M}{N}\right) = \log M - \log N$$

$$\log M^n = n \log M$$

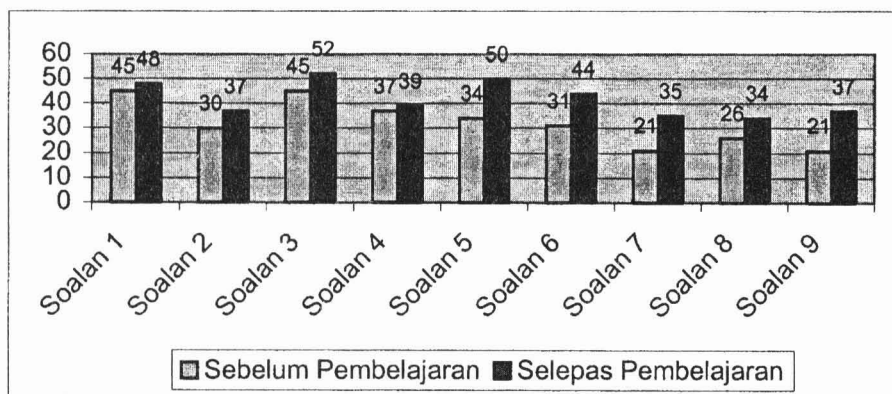
Dua bentuk logaritma yang tidak kurang pentingnya iaitu  $\log 1 = 0$  dan  $\log_m m = 1$ .

## ANALISA KAJIAN

Berikut adalah bilangan jawapan yang diberikan oleh pelajar untuk setiap soalan yang dikemukakan sebelum pelajar diajar topik berkenaan. Yang bertanda \* merupakan jawapan yang betul bagi setiap soalan.

	Jawapan A		Jawapan B		Jawapan C		Jawapan D		BEZA PERAT US BETUL
	SEB	SEL	SEB	SEL	SEB	SEL	SEB	SEL	
Soalan 1(I)	8	4	10	11	45*	48*	2	2	4.6%
Soalan 2(I)	9	18	9	2	12	8	30*	37*	10.8%
Soalan 3(I)	2	0	8	6	45*	52*	10	7	10.8%
Soalan 4(I)	1	4	37*	39*	7	2	20	20	3.1%
Soalan 5(I/L)	3	0	16	12	34*	50*	11	3	24.6%
Soalan 6(I/L)	5	4	8	6	21	11	31*	44*	20%
Soalan 7(L)	31	24	6	3	7	3	21*	35*	43.1%
Soalan 8(L)	8	2	6	6	26*	34*	25	23	12.3%
Soalan 9(L)	13	1	6	1	25	26	21*	37*	24.6%

Petunjuk :  
 I – Soalan Indeks  
 L - Soalan Logaritma  
 I/L - Soalan Indeks + Logaritma  
 SEB – Sebelum pembelajaran  
 SEL – Selepas pembelajaran



Satu masalah yang dikesan daripada kajian ini ialah pemahaman asas mengenai indeks dan logaritma yang rendah di kalangan pelajar tersebut. Secara umumnya didapati bahawa kumpulan pelajar mempunyai pemahaman yang lebih baik di dalam indeks berbanding dengan logaritma. Lebih ramai pelajar membuat kesilapan di dalam soalan logaritma berbanding dengan indeks.

Jelas jika dibandingkan di antara keputusan sebelum pembelajaran dan selepas pembelajaran terdapat peningkatan pemahaman di kalangan pelajar. Pencapaian di dalam topik indeks sekali lagi lebih baik berbanding dengan topik logaritma tetapi penambahan bilangan pelajar yang betul di dalam topik logaritma lebih ketara berbanding dengan topik indeks. Sebagai contoh, untuk soalan 7, daripada hanya tujuh sahaja yang menjawab betul sebelum pembelajaran telah meningkat kepada 35 selepas pembelajaran.

Selain melihat bilangan yang betul, kajian juga melihat bentuk kesalahan yang paling dan/atau sering dibuat oleh pelajar dengan tujuan supaya pengajar dapat memberi perhatian yang khusus kepada bentuk

kesilapan yang dibuat. Analisis dibahagiakan kepada tiga bahagian iaitu yang melibatkan konsep indeks sahaja, konsep logaritma sahaja dan akhir sekali yang melibatkan hubungan antara indeks dan logaritma.

i) **Konsep asas indeks**

1.	$3^8/3^2 =$	A. $3^4$	B. $3^{10}$	C. $3^6$	D. $3^{16}$
2.	$(4x^3)^2 =$	A. $4x^6$	B. $4x^5$	C. $16x^5$	D. $16x^6$
3.	$\left(\frac{3}{x}\right)^2 =$	A. $\frac{3}{x^2}$	B. $\frac{9}{x}$	C. $\frac{9}{x^2}$	D. $\frac{6}{x}$
4.	$(-3^2)^{-3} =$	A. 729	B. $\frac{1}{729}$	C. $-\frac{1}{3}$	D. $-\frac{1}{729}$

Soalan 1-4 adalah berkaitan dengan konsep asas indeks. Kebanyakan pelajar menjawab dengan betul bagi soalan 1, tetapi bilangannya kurang bagi soalan 2. yang lebih membimbangkan ialah peningkatan bilangan yang menjawab A. Jelas pelajar beranggapan bahawa petua indeks hanya diaplikasikan kepada pemboleh ubah tetapi tidak kepada pemalar di dalam kurungan. Bentuk kesilapan yang serupa dapat dilihat bagi soalan 3 dengan hanya sama ada mengenakan indeks kepada pengangka atau penyebut sahaja. Dengan kata lain, ada sebilangan pelajar yang beranggapan bahawa memadai mengenakan indeks kepada satu sebutan sahaja di dalam kurungan. Soalan 4 pula menguji pelajar sejauh manamereka dapat menggunakan konsep asas indeks kepada nombor negatif. Daripada jawapan yang diberi, ia lebih tertumpu kepada jawapan D. Ini bermakna, ramai pelajar yang tidak mengambil kira tanda negatif apabila sebutan di dalam kurungan dipermudahkan.

Daripada empat soalan di atas, dapat dirumuskan bahawaterdapat dua aspek kelemahan utama pelajar di dalam pembelajaran indeks iaitu masalah apabila hendak mempermudah kembangan yang melibatkan lebih daripada dua sebutan di dalam kurungan dan kembangan indeks yang melibatkan nilai negatif.

ii) **Konsep asas logaritma**

7.	$\log(2x - y)$ boleh ditulis sebagai	A. $\log 2x - \log y$	B. $2 \log(x - y)$	C. $2 \log x - \log y$	D. Tiada jawapan diberikan
8.	Setiap di bawah adalah setara dengan $\log_{10} x + \log_{10} x$ kecuali	A. $2 \log_{10} x$	B. $\log_{10} x^2$	C. $(\log_{10} x)^2$	D. $4 \log_{10} \sqrt{x}$
9.	$\log\left(\frac{xy}{ab}\right) =$	A. $\frac{\log xy}{\log ab}$	B. $\frac{\log(x + y)}{\log(a + b)}$	C. $\frac{\log x + \log y}{\log a + \log b}$	D. $\log x + \log y - \log a - \log b$

Seperti yang dinyatakan terlebih awal, logaritma yang mempunyai ungkapan hasil darab boleh ditukarkan kepada bentuk hasil tambah iaitu

$$\log(MN) = \log M + \log N$$

tetapi

$$\log(M + N) \neq \log M + \log N.$$

Walau bagaimanapun, ramai pelajar yang mengaplikasikan petua yang salah kepada logaritma dengan memberi jawapan A untuk soalan 7. Kesilapan ini agak ketara kerana ramai yang memberi jawapan A (24 orang) walaupun sudah melalui proses pembelajaran. Soalan 8 pula menguji kemahiran pelajar untuk memberi bentuk logaritma yang pelbagai. Walaupun jawapan yang betul adalah C, namun jawapan D menjadi pilihan ramai pelajar yang sekaligus menunjukkan bahawa pelajar masih tidak jelas atau faham petua logaritma yang membenarkan indeks diletakkan di hadapan logaritma sebagai pemalar. Soalan terakhir bagi logaritma menggabungkan petua pendaraban dan hasil bahagi. Bilangan pelajar yang memberi jawapan betul sama ada sebelum atau selepas pembelajaran boleh dikatakan sedikit. Jawapan C menjadi pilihan yang menunjukkan bahawa pelajar tidak menggunakan petua logaritma secara keseluruhan kerana hanya petua hasil darab untuk logaritma sahaja yang digunakan, manakala petua bagi hasil bahagi yang sepatutnya diguna diabaikan.

iii) **Hubungkait antara indeks dan logaritma**

5. Tuliskan dalam bentuk indeks bagi  $\log_4 8 = 3/2$

A.  $4^8 = 3/2$     B.  $8^{3/2} = 4$     C.  $4^{3/2} = 8$     D.  $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 8$

6. Tuliskan dalam bentuk logaritma bagi  $4 = 64^{1/3}$

A.  $\log_4 1/3 = 64$     B.  $\log_{64} (1/3) = 4$     C.  $\log_4 64 = 1/3$   
 D.  $\log_{64} 4 = 1/3$

Soalan 5 dan 6 menguji sejauh mana pelajar dapat menghubungkan indeks dengan logaritma dan sebaliknya. Pada asasnya pelajar perlu mengetahui bahawa

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y.$$

Sebelum pembelajaran, lebih daripada separuh memberi jawapan yang salah dan bentuk kesilapan yang dilakukan adalah kecelaruan di dalam menentukan kedudukan  $y$ ,  $a$  dan  $x$ . Jawapan untuk soalan 5 boleh disemak dengan mudah dengan mengesahkan persamaan untuk setiap jawapan yang diberi, manakala soalan 6 boleh disemak dengan menukar angka dasar kepada 10 dan disahkan sama ada persamaan benar atau tidak.

**PERBINCANGAN**

Melakukan kesilapan merupakan sebahagian daripada proses pembelajaran. Sebagaimana yang dinyatakan oleh Martinez (1998):

*“ Errors are part of the process of problem solving, which implies that both teachers and learners need to be tolerant of them. If no mistakes are made, the almost certainly no problem solving is taking place.”*

Indeks dan logaritma banyak digunakan di dalam konsep matematik lanjutan dan memahami kedua-dua konsep asas adalah penting di dalam pembelajaran matematik. Mengetahui kelemahan ketara pelajar membolehkan tenaga pengajar menyusun strategi untuk meningkatkan pemahaman pelajar.

Kesilapan yang biasa dilakukan di dalam indeks dan logaritma ialah pemahaman yang tidak betul mengenai petua, antaranya mengandaikan bahawa

- (E1)  $\log (M + N) = \log M + \log N$
- (E2)  $\log (M - N) = \log M - \log N$
- (E3)  $\log (MN) = \log M \log N$
- (E4)  $\log (M/N) = (\log M)/(\log N)$
- (E5)  $(\log M)/(\log N) = \log M - \log N$

Sehubungan dengan itu, Lee & Heyworth (2001) mengkategorikan kesilapan umum di dalam indeks dan logaritma kepada tiga iaitu (a) "misperception" – (E3) (E4), (b) "misperceiving when learning" – (E5) dan (c) "misperceiving when solving" (E1) (E2).

Satu aspek yang ketara di dalam kajian ini ialah pelajar seolah-olah mempunyai "one-track mind" iaitu tidak dapat menghubungkan antara konsep yang dipelajari dengan konsep yang telah dipelajari, khususnya konsep asas indeks dan logaritma terlalu asing dengan konsep asas aljabar dan sebagainya.

Kesilapan juga merupakan petanda kepada kelemahan pelajar. Eggleton & Moldovan (2001) menyarankan agar pelajar memberi alasan kenapa sesuatu jawapan yang diberikan adalah salah dan memberi perhatian kepada bentuk kesilapan yang dilakukan agar kesilapan yang serupa tidak berulang.

Bentuk kesilapan banyak dapat membantu pengajar mengenal pasti kelemahan sebenar pelajar dan seterusnya dapat menyusun strategi yang sesuai agar masalah ini dapat di atasi dengan berkesan.

## RUJUKAN

- Ayres, P.L (2001) Systematic mathematical errors and cognitive loads, *Contemporary Educational Psychology*, April Edition.
- Anderson, C (1997), Persistent Errors in Indices: A cognitive perspectives. PhD thesis, University of New England, Australia.
- Eggleton, P.J., Moldovan, C.C., (2001), *The value of mistakes*, Mathematics Teaching in Middle School, September Edition.
- Green, B.(1994), Language, intellectual structures and common mathematical errors, *School Science and Mathematics*, May Edition.
- Kolman, B., Shapiro, A., (1981), *College Algebra and Trigonometry*, Academic Press, New York.
- Masita Jamal drk (2000) *Mathematics for Pre Accountancy*, University Teknologi MARA, Shah Alam.
- Martinez, M.E. (1998) What is Problem Solving?, *Phi Delta Kappan* 79, April Edition.
- Lee, F.L. & Heyworth, R.M. (1999), *Error due to Misperception and the default value model*, Proceeding International Conference on Computers in Education, Hong Kong.