

# MERGING LANES: WHERE E-LEARNING DIVERSITY MEETS FUTURE TRENDS

VOLUME 11, 2026

e-ISBN : 978-629-98755-9-8



ISBN 978-629-98755-9-8



9 786299 875598

**SIG CS@e-Learning**  
**Unit Penerbitan**

**Jabatan Sains Komputer & Matematik**  
**Kolej Pengajian Pengkomputeran, Informatik & Matematik**  
**Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang**

## **MERGING LANES: WHERE E-LEARNING DIVERSITY MEETS FUTURE TRENDS**

Copyright@2026 by Unit Penerbitan Jabatan Sains Komputer & Matematik (JSKM), Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, 13500 Permatang Pauh, Pulau Pinang, Malaysia

**All rights reserved. No parts of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying or otherwise, without the prior written permission in writing from Authors of Department of Computer & Mathematical Sciences, Academic Affairs Section, Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, 13500 Permatang Pauh, Pulau Pinang, Malaysia.**

### **Advisor**

Dr. Nor Hanim Abd Rahman,  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

### **Chief Editor**

Ts. Jamal Othman,  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

### **Editors**

Ts. Dr. Syarifah Adilah Mohamed Yusoff,  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

Dr Arifah Fasha Rosmani,  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

Mohd Saifulnizam Abu Bakar,  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

### **Published by:**

**Unit Penerbitan Jabatan Sains Komputer & Matematik (JSKM)  
Bahagian Hal Ehwal Akademik (BHEA)  
Universiti Teknologi MARA  
Cawangan Pulau Pinang  
13500 Permatang Pauh  
Pulau Pinang  
Malaysia**

**e ISBN : 978-629-98755-9-8**

# KEFAHAMAN HAD SEBAGAI ASAS PENGUASAAN HUKUM L'HÔPITAL

\*Siti Asmah Mohamed<sup>1</sup>, Nurhafizah Ahmad<sup>2</sup> and Rafizah Kechil<sup>3</sup>  
\*sitiasmah109@uitm.edu.my<sup>1</sup>, nurha9129@uitm.edu.my<sup>2</sup>, rafizah025@uitm.edu.my<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jabatan Sains Komputer & Matematik (JSKM),  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang, Malaysia

\* Corresponding author

## ABSTRACT

*Abstrak ini mengkaji kefahaman konseptual had (limit) sebagai asas kepada penguasaan aplikasi Hukum L'Hôpital dalam kalangan pelajar kalkulus. Walaupun had merupakan konsep asas, pengajaran Hukum L'Hôpital sering menumpukan langkah penyelesaian tanpa pemahaman konsep yang kukuh, menyebabkan kesalahan aplikasi. Kajian ini menggunakan pendekatan kualitatif melalui analisis kerja bertulis pelajar dan temu bual separa berstruktur dalam pengajaran kalkulus universiti. Dapatan menunjukkan kelemahan kefahaman konsep had menjejaskan keupayaan pelajar menentukan kesesuaian penggunaan Hukum L'Hôpital dan menjelaskan langkah penyelesaian. Kajian ini menekankan kepentingan pengajaran berasaskan kefahaman konsep dalam pembelajaran kalkulus.*

**Keywords:** *Had, Hukum L'Hôpital, Konsep, Kefahaman, Kalkulus*

## Pengenalan

Konsep had (limit) merupakan asas penting dalam kalkulus dan berfungsi sebagai prasyarat utama kepada pemahaman topik lanjutan seperti terbitan dan Hukum L'Hôpital. Kefahaman konseptual had membolehkan pelajar memahami tingkah laku fungsi apabila pemboleh ubah menghampiri sesuatu nilai serta membentuk penaakulan matematik yang bermakna. Namun demikian, dalam pengajaran kalkulus di peringkat universiti, Hukum L'Hôpital sering diajar secara prosedural dengan penekanan kepada langkah penyelesaian semata-mata, tanpa memastikan pelajar benar-benar memahami konsep had yang mendasari penggunaannya. Pendekatan ini berpotensi menyebabkan pelajar menguasai prosedur pengiraan tetapi lemah dari segi pemahaman konsep dan justifikasi matematik.

Dapatan kajian lepas secara umum menunjukkan bahawa pelajar sering mempunyai kefahaman konseptual had yang terhad dan cenderung menyamakan had dengan nilai fungsi pada sesuatu titik. Selain itu, pelajar didapati mengaplikasikan Hukum L'Hôpital secara rutin apabila berhadapan dengan bentuk tidak tentu, walaupun dalam situasi yang tidak memenuhi syarat penggunaannya. Pendekatan pengajaran yang terlalu berfokus kepada prosedur dikenal pasti sebagai antara faktor utama yang menyumbang kepada kesalahan aplikasi dan ketidakupayaan pelajar menjelaskan rasional di sebalik langkah penyelesaian. Walaupun terdapat kajian yang mencadangkan penggunaan visualisasi dan

pendekatan intuitif, huraian terperinci berkaitan dapatan ini dibincangkan dalam bahagian sorotan literatur.

Berdasarkan dapatan kajian lepas tersebut, masih wujud keperluan untuk penambahbaikan dari segi pendekatan pengajaran dan reka bentuk kajian. Khususnya, hubungan langsung antara kefahaman konseptual had dan keupayaan pelajar menentukan kesesuaian penggunaan Hukum L'Hôpital serta menjustifikasi langkah penyelesaian masih kurang diterokai secara mendalam, terutamanya melalui kajian kualitatif dalam konteks pengajaran sebenar di bilik darjah universiti. Kekurangan ini menimbulkan jurang dari segi empirikal dan metodologi yang perlu ditangani bagi memahami proses pembelajaran pelajar secara lebih holistik.

Sehubungan itu, kajian ini bertujuan meneroka kefahaman konseptual had sebagai asas kepada penguasaan aplikasi Hukum L'Hôpital dalam kalangan pelajar kalkulus. Secara khusus, kajian ini bertujuan meneliti bagaimana kefahaman konsep had mempengaruhi kesesuaian penggunaan Hukum L'Hôpital serta mengenal pasti kesalahan konseptual yang dilakukan pelajar semasa menyelesaikan masalah kalkulus. Dapatan kajian ini diharapkan dapat menyumbang kepada penambahbaikan pendekatan pengajaran kalkulus dengan memberi penekanan yang lebih sistematik kepada pembinaan kefahaman konsep sebagai asas kepada pembelajaran topik lanjutan.

## **Kajian Literatur**

Kajian-kajian lepas secara konsisten menunjukkan bahawa konsep had merupakan antara konsep paling mencabar dalam pembelajaran kalkulus kerana sifatnya yang abstrak dan memerlukan penaakulan tahap tinggi. Kajian awal oleh Tall dan Vinner (1981) menegaskan bahawa pelajar sering membentuk gambaran konsep dalam pemikiran mereka yang tidak selari dengan definisi formal konsep, menyebabkan salah faham berterusan terhadap konsep had. Dapatan ini diperkukuh oleh Cornu (1991) yang menyatakan bahawa kesukaran mempelajari had berpunca daripada cara pengetahuan matematik itu difahami dan dibina, dan tidak dapat diatasi melalui pengajaran prosedural semata-mata. Kedua-dua kajian ini menekankan kepentingan kefahaman konseptual, namun bersifat teoritikal dan tidak diuji berdasarkan data dan pemerhatian sebenar dalam konteks bilik kuliah.

Kajian empirik oleh Denbel (2014) menunjukkan bahawa pelajar cenderung menyamakan had dengan nilai fungsi pada sesuatu titik, iaitu satu salah faham yang memberi kesan kepada pembelajaran topik kalkulus lanjutan. Walaupun kajian ini berjaya mengenal pasti salah faham utama pelajar, ia tidak mengkaji secara khusus implikasi kelemahan kefahaman konsep had terhadap aplikasi kaedah tertentu seperti Hukum L'Hôpital, sekali gus meninggalkan kekurangan bukti kajian berasaskan data yang ketara dalam konteks tersebut. Kajian yang lebih terkini turut mengukuhkan dapatan ini. Sebagai contoh, Goredema et al. (2023) meneroka salah faham pelajar Gred 12 dan mendapati bahawa

kekeliruan tersebut berterusan hingga ke peringkat pengajian tinggi, sekali gus menjejaskan penaaakulan mereka dalam penyelesaian masalah kalkulus. Begitu juga, Julaihi (2025) mengenal pasti kesilapan berulang dalam kalangan pelajar universiti ketika menyelesaikan masalah had dan mencadangkan strategi khusus bagi mengatasinya.

Dalam konteks pengajaran Hukum L'Hôpital, Caglayan (2017) mendapati bahawa penggunaan paparan visual yang berubah secara interaktif membantu pelajar memahami konsep dengan lebih baik, manakala Yepes (2024) menegaskan bahawa pendekatan visual dan intuitif perlu mendahului latihan prosedural. Menyokong pandangan ini, ASEE Mathematics Division (2024) membentangkan bukti bahawa kaedah pengajaran berasaskan visual dan intuitif secara signifikan meningkatkan keupayaan pelajar mengaplikasikan Kaedah L'Hôpital secara bermakna. Walau bagaimanapun, kajian-kajian ini lebih menumpukan kepada strategi pengajaran Hukum L'Hôpital tanpa menguji secara langsung peranan kefahaman konseptual had sebagai prasyarat utama kepada penguasaan aplikasi hukum tersebut.

Secara keseluruhannya, sorotan literatur menunjukkan persamaan pandangan bahawa kelemahan kefahaman konseptual had merupakan punca utama kesukaran pelajar dalam pembelajaran kalkulus. Walau bagaimanapun, masih terdapat kekurangan kajian yang menghubungkan secara langsung kefahaman konsep had dengan penguasaan aplikasi Hukum L'Hôpital dalam konteks pengajaran sebenar di bilik darjah universiti. Oleh itu, kajian ini bertujuan mengisi jurang tersebut melalui penerokaan kualitatif tentang bagaimana kefahaman konseptual had mempengaruhi keupayaan pelajar mengaplikasikan Hukum L'Hôpital secara bermakna dan berjustifikasi.

## **Metodologi**

Kajian ini menggunakan reka bentuk kajian tindakan kelas dengan pendekatan kualitatif bagi meneroka kefahaman konseptual had dan implikasinya terhadap aplikasi Hukum L'Hôpital. Peserta kajian terdiri daripada 40 orang pelajar ijazah sarjana muda dalam bidang kejuruteraan di UiTM Cawangan Pulau Pinang yang sedang mengikuti kursus kalkulus dan telah diperkenalkan kepada topik had serta Hukum L'Hôpital. Pemilihan peserta dibuat secara persampelan bertujuan, selaras dengan konteks kajian dan objektif penyelidikan. Maklumat demografi peserta dihuraikan dalam bahagian metodologi dan tidak dilaporkan dalam dapatan kajian kerana fokus kajian adalah kepada kefahaman konsep, bukan kepada profil responden.

Kajian ini dilaksanakan melalui beberapa kitaran kajian tindakan yang melibatkan empat fasa utama, iaitu perancangan, tindakan, pemerhatian dan refleksi. Pada fasa perancangan, aktiviti pengajaran dirangka dengan penekanan kepada penerokaan konsep had secara visual dan konseptual sebelum pengenalan Hukum L'Hôpital. Fasa tindakan melibatkan pelaksanaan aktiviti pengajaran

seperti analisis graf, perbincangan berfokus dan penyelesaian masalah terbuka, yang menggalakkan pelajar membuat keputusan matematik secara berasaskan kefahaman.

Sepanjang fasa pemerhatian, respons dan kefahaman pelajar direkodkan bagi mengenal pasti corak pemikiran dan kesalahan konseptual yang berulang. Fasa refleksi pula digunakan untuk menilai keberkesanan pendekatan pengajaran yang dilaksanakan serta mengenal pasti aspek yang perlu ditambah baik dalam kitaran seterusnya.

Data kajian dikumpulkan melalui analisis kerja bertulis pelajar, pemerhatian pengajaran dan pembelajaran, serta temu bual separa berstruktur. Instrumen kajian dibangunkan berdasarkan objektif kajian dan disemak dari segi kesesuaian kandungan sebelum digunakan. Data dianalisis secara tematik bagi mengenal pasti pola kefahaman dan kesalahan konseptual pelajar, selaras dengan pendekatan kajian kualitatif seperti yang dicadangkan oleh Merriam (2009).

## Hasil dan Dapatan

Bahagian ini membentangkan dapatan kajian berkaitan kefahaman konseptual had dan implikasinya terhadap aplikasi Hukum L'Hôpital dalam kalangan pelajar kalkulus. Dapatan kajian diperoleh melalui analisis kerja bertulis pelajar, pemerhatian semasa pengajaran dan pembelajaran, serta temu bual separa berstruktur. Jadual 1 memaparkan ringkasan dapatan utama kajian berdasarkan tema-tema yang dikenal pasti melalui analisis tematik.

Jadual 1: Ringkasan Dapatan Kajian

Tema Utama	Huraian Dapatan	Contoh Bukti / Petikan Pelajar
Kefahaman konseptual had yang terhad	Pelajar cenderung menyamakan limit dengan nilai fungsi pada sesuatu titik dan tidak memahami konsep menghampiri nilai.	“Limit itu sama dengan nilai fungsi di titik tersebut.”
Aplikasi Hukum L'Hôpital secara prosedural	Pelajar menggunakan Hukum L'Hôpital secara rutin apabila menemui bentuk tidak tentu tanpa menilai kesesuaian penggunaannya.	“Kalau dapat bentuk 0/0, saya terus guna Hukum L'Hôpital.”
Kesukaran menjustifikasi langkah penyelesaian	Pelajar sukar memberikan justifikasi konseptual terhadap langkah penyelesaian dan hanya menumpukan kepada pengiraan.	“Saya ikut langkah kira sahaja, tak pasti kenapa perlu guna cara itu.”
Hubungan antara kefahaman had dan kesalahan aplikasi	Kelemahan kefahaman konsep limit menyumbang secara langsung kepada kesalahan dalam aplikasi Hukum L'Hôpital.	Kesalahan berulang berlaku apabila pelajar tidak memahami makna limit sebelum menggunakan hukum.

Berdasarkan Jadual 1, dapatan kajian menunjukkan bahawa kefahaman konseptual had dalam kalangan pelajar masih tidak mantap. Pelajar didapati cenderung menyamakan konsep had dengan nilai fungsi pada sesuatu titik tanpa memahami makna menghampiri nilai. Salah faham ini jelas ditunjukkan

melalui respons pelajar yang mengaitkan nilai had secara langsung dengan nilai fungsi, sekali gus mencerminkan pemahaman yang bersifat permukaan dan tidak selari dengan definisi formal konsep had.

Selain itu, dapatan kajian menunjukkan bahawa Hukum L'Hôpital diaplikasikan secara prosedural dan rutin oleh kebanyakan pelajar. Apabila berhadapan dengan bentuk tidak tentu seperti  $0/0$ , pelajar cenderung menggunakan Hukum L'Hôpital secara automatik tanpa menilai kesesuaian penggunaannya. Corak ini menunjukkan bahawa pelajar membuat keputusan matematik berdasarkan pengecaman corak soalan, bukan berdasarkan pertimbangan konsep had yang mendasari masalah tersebut.

Dapatan kajian turut menunjukkan bahawa pelajar menghadapi kesukaran menjustifikasi langkah penyelesaian secara konseptual. Walaupun pelajar mampu melaksanakan pengiraan dengan betul, mereka tidak dapat menjelaskan sebab sesuatu kaedah digunakan atau menghubungkannya dengan konsep had. Kesukaran ini menandakan kewujudan jurang yang ketara antara penguasaan prosedur dan kefahaman konsep asas.

Secara keseluruhan, dapatan kajian memperlihatkan hubungan yang jelas antara kelemahan kefahaman konseptual had dan kesalahan dalam aplikasi Hukum L'Hôpital. Pelajar yang tidak memahami konsep had secara mendalam didapati lebih cenderung melakukan kesalahan dalam menentukan kesesuaian penggunaan hukum serta gagal memberikan justifikasi yang tepat terhadap langkah penyelesaian. Dapatan ini menegaskan bahawa kefahaman konsep asas merupakan prasyarat penting kepada penguasaan prosedur lanjutan dalam pembelajaran kalkulus.

## **Perbincangan**

Perbincangan kajian ini menunjukkan bahawa kelemahan kefahaman konseptual had merupakan faktor utama yang mempengaruhi cara pelajar mengaplikasikan Hukum L'Hôpital. Dapatan kajian menunjukkan pelajar cenderung menyamakan konsep had dengan nilai fungsi, menyokong pandangan Tall dan Vinner (1981) bahawa pelajar sering membina gambaran konsep dalam pemikiran yang tidak selari dengan definisi formal matematik. Kekeliruan ini menyebabkan pelajar gagal memahami makna sebenar proses menghampiri nilai, seterusnya menjejaskan keupayaan mereka untuk membuat keputusan matematik yang tepat dalam situasi yang melibatkan konsep had.

Selain itu, kecenderungan pelajar mengaplikasikan Hukum L'Hôpital secara rutin apabila menemui bentuk tidak tentu mencerminkan dominasi pendekatan pengajaran yang berfokus kepada prosedur. Dapatan ini selari dengan hujah Cornu (1991) yang menyatakan bahawa pengajaran matematik yang terlalu menekankan prosedur tidak berupaya membantu

pelajar mengatasi kesukaran memahami konsep abstrak seperti had. Tanpa kefahaman konsep yang kukuh, penggunaan Hukum L'Hôpital menjadi bersifat mekanikal dan tidak bermakna, sekali gus meningkatkan risiko kesalahan aplikasi.

Kesukaran pelajar menjustifikasi langkah penyelesaian secara konseptual turut mencerminkan jurang yang ketara antara penguasaan prosedur dan kefahaman konsep asas. Walaupun pelajar mampu melaksanakan pengiraan, ketidakupayaan mereka menjelaskan rasional di sebalik langkah penyelesaian menunjukkan bahawa pembelajaran yang berlaku adalah bersifat permukaan. Dapatan ini menyokong kajian Denbel (2014) yang mendapati bahawa salah faham terhadap konsep had boleh berlanjutan ke topik kalkulus lanjutan dan menjejaskan kualiti penaakulan matematik pelajar.

Secara keseluruhannya, hubungan yang jelas antara kelemahan kefahaman konseptual had dan kesalahan dalam aplikasi Hukum L'Hôpital menegaskan bahawa pembinaan kefahaman konsep asas perlu diberi keutamaan sebelum pengenalan prosedur formal. Pendekatan pengajaran yang mengintegrasikan penerokaan konsep, visualisasi dan perbincangan reflektif, seperti yang dicadangkan oleh Yepes (2024), berpotensi meningkatkan kefahaman pelajar secara lebih bermakna. Oleh itu, dapatan kajian ini menyokong keperluan peralihan daripada pengajaran yang berasaskan prosedur semata-mata kepada pendekatan pengajaran kalkulus yang menekankan kefahaman konseptual di peringkat pengajian tinggi.

## **Kesimpulan**

Kajian ini meneliti kefahaman konseptual had sebagai asas kepada penguasaan aplikasi Hukum L'Hôpital dalam kalangan pelajar kalkulus di peringkat pengajian tinggi. Berasaskan pendekatan kajian tindakan kelas secara kualitatif, kajian ini menunjukkan bahawa konsep had masih mencabar untuk difahami dan memberi kesan langsung terhadap cara pelajar membuat keputusan matematik serta mengaplikasikan Hukum L'Hôpital.

Dapatan kajian menunjukkan bahawa kelemahan kefahaman konsep had menyebabkan pelajar menyamakan had dengan nilai fungsi, mengaplikasikan Hukum L'Hôpital secara rutin tanpa menilai kesesuaian penggunaannya, dan menghadapi kesukaran menjustifikasi langkah penyelesaian. Hal ini menegaskan bahawa penguasaan prosedur pengiraan semata-mata tidak mencukupi tanpa kefahaman konsep yang kukuh.

Secara keseluruhannya, kajian ini mengesahkan bahawa kefahaman konseptual had merupakan prasyarat penting kepada penguasaan Hukum L'Hôpital. Dapatan kajian ini memberi implikasi signifikan terhadap amalan pengajaran kalkulus dengan menekankan keperluan peralihan daripada

pengajaran berasaskan prosedur kepada pendekatan yang berfokus kepada pembinaan kefahaman konsep. Kajian lanjutan dicadangkan bagi menilai keberkesanan intervensi berasaskan konsep merentasi topik-topik kalkulus yang lain.

### **Rujukan:**

- ASEE Mathematics Division (2024). On teaching and learning the fundamentals of L'Hôpital's rule in visual and intuitive ways. *Proceedings of the ASEE Annual Conference & Exposition*.
- Caglayan, G. (2017). Students' conceptual understanding of limits and the role of dynamic representations. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(3), 1–15.
- Cornu, B. (1991). Limits. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 153–166). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Denbel, D. G. (2014). Students' misconceptions of limits in calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(4), 1–12.
- Goredema, J., Machaba, F. M., & Matabane, M. E. (2023). An exploration of grade 12 learners' misconceptions on solving calculus problems: A case of limits. *Research in Social Sciences and Technology*, 8(4), 94–124.
- Julaihi, N. H. (2025). Exploring common errors, challenges, and strategies of solving limits in calculus. *International Journal of Service Management and Sustainability*, 10(1), 19–38.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169.
- Yepes, C. (2024). Teaching L'Hôpital's Rule through visual and intuitive approaches. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 10(1), 1–20.



ISBN 978-629-98755-9-8



**SIG CS@e-Learning  
Unit Penerbitan  
Jabatan Sains Komputer & Matematik  
Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau Pinang**

*e-ISBN : 978-629-98755-x-x*

*Design of the cover powered by  
<https://www.free-powerpoint-templates-design.com/>*